

EVALUACIÓN DE LA MATERIA PENDIENTE
Ejercicios y Problemas de Matemáticas I
PARTE II



Ejercicio 1

a) Dados los vectores $\vec{u}(\frac{1}{2}, -1)$ y $\vec{v}(0, -2)$, calcula:

i) $|\vec{u}|$ ii) $-2\vec{u} + 3\vec{v}$ iii) $2\vec{u} \cdot (-2\vec{v})$:

b) Determina el valor de k para que el vector $\vec{u}(6, k)$:

i) Sea ortogonal a $\vec{v}(1, 3)$. ii) Tenga módulo 10.

c) Dados los vectores $\vec{u}(-1, 0)$ y $\vec{v}(1, 2)$:

Calcula el ángulo que forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

Da las coordenadas del vector

$\vec{w}(4, 6)$ en la base $B(\vec{u}, \vec{v})$.

Ejercicio 2

a) Dados $\vec{u}(-2, 3)$, $\vec{v}(3, -1)$ y $\vec{w}(3, 1)$ calcula:

$$(3\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot \vec{w} =$$

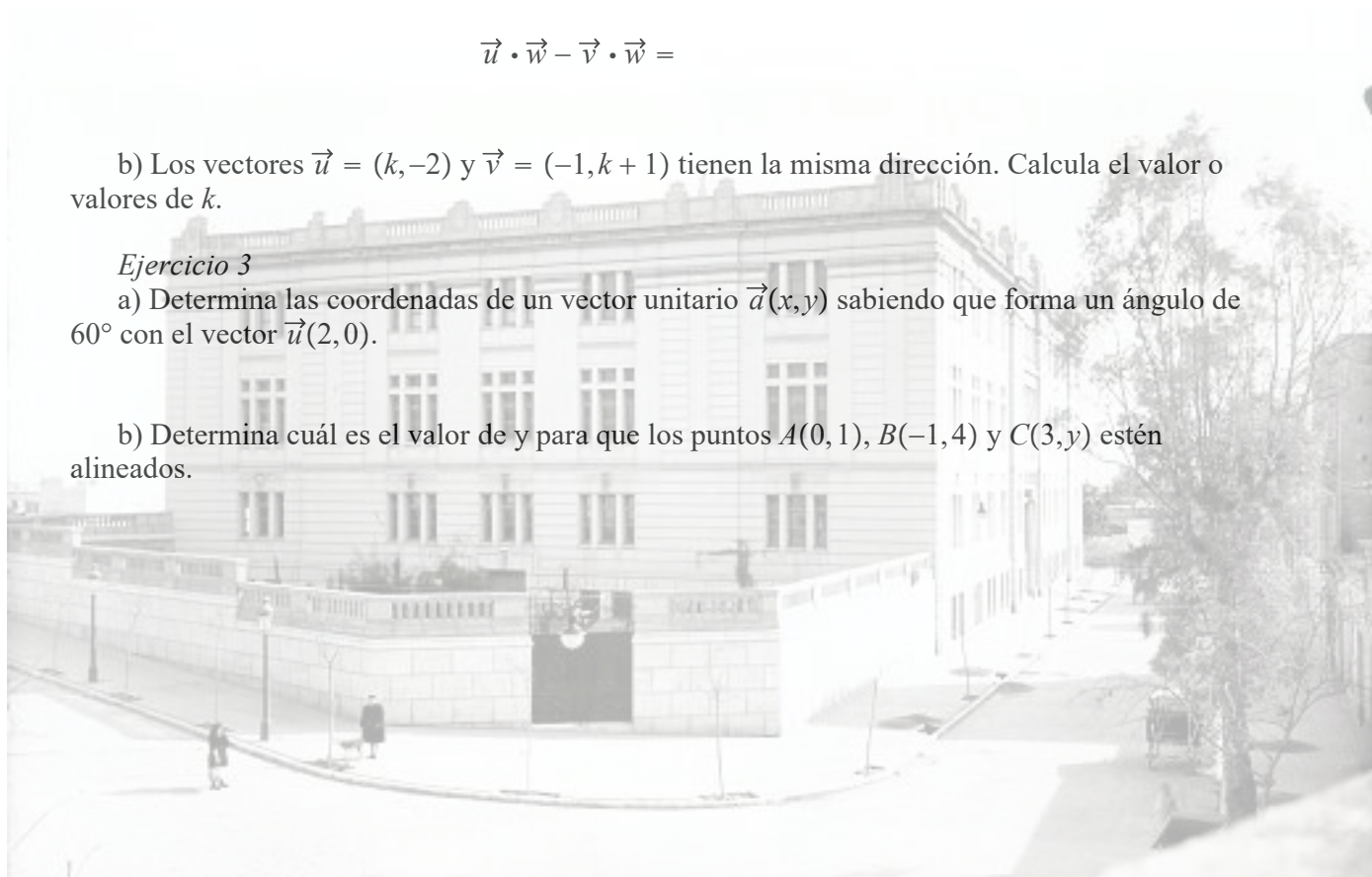
$$\vec{u} \cdot \vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{w} =$$

b) Los vectores $\vec{u} = (k, -2)$ y $\vec{v} = (-1, k+1)$ tienen la misma dirección. Calcula el valor o valores de k .

Ejercicio 3

a) Determina las coordenadas de un vector unitario $\vec{a}(x, y)$ sabiendo que forma un ángulo de 60° con el vector $\vec{u}(2, 0)$.

b) Determina cuál es el valor de y para que los puntos $A(0, 1)$, $B(-1, 4)$ y $C(3, y)$ estén alineados.

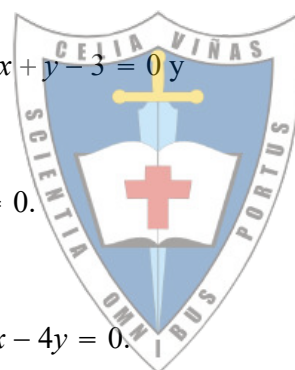


Ejercicio 4

- a) Se consideran las rectas $r : 2x + y - 1 = 0$, $s : 3x - y + 5 = 0$; $t : -4x - 2y + 2 = 0$ y $u : 6x + 3y + 3 = 0$. Indica la posición relativa de:
 a) r y s b) r y t c) r y u d) Determina la distancia entre las rectas r y u

- b) Obtén la expresión analítica del haz de rectas al que pertenecen $r : 2x + y - 3 = 0$ y $s : x + y - 2 = 0$. Halla la recta de ese haz que pasa por $P(2, 3)$.

- c) Halla el simétrico del punto $A(0,0)$ respecto a la recta $r : x + y - 2 = 0$.



Ejercicio 5

- a) Halla los puntos de la recta $y = 0$ que distan 3 unidades de la recta $3x - 4y = 0$.
 b) Encuentra el punto de la recta $r : 4x - 8y + 4 = 0$ que equidista de los puntos $A(2, 1)$ y $B(1, -3)$

Ejercicio 6

- a) Halla el dominio de las siguientes funciones:

$$f(x) = x^7 - 4x^2 + 3 \quad f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 2} \quad f(x) = \sqrt{7 - x} \quad f(x) = \log_2(x + 3)$$

- b) Representa gráficamente la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x < 2 \\ 2x - 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- c) Sean $f(x) = x^2 + 1$; $g(x) = \frac{3}{x-2}$ y $h(x) = \sqrt{x-3}$, calcula

$$a) f \circ g \quad b) g \circ f \quad c) h \circ f \quad d) h \circ g \quad e) f^{-1}, g^{-1} \text{ y } h^{-1} \quad f) f(g(3))$$

Ejercicio 7

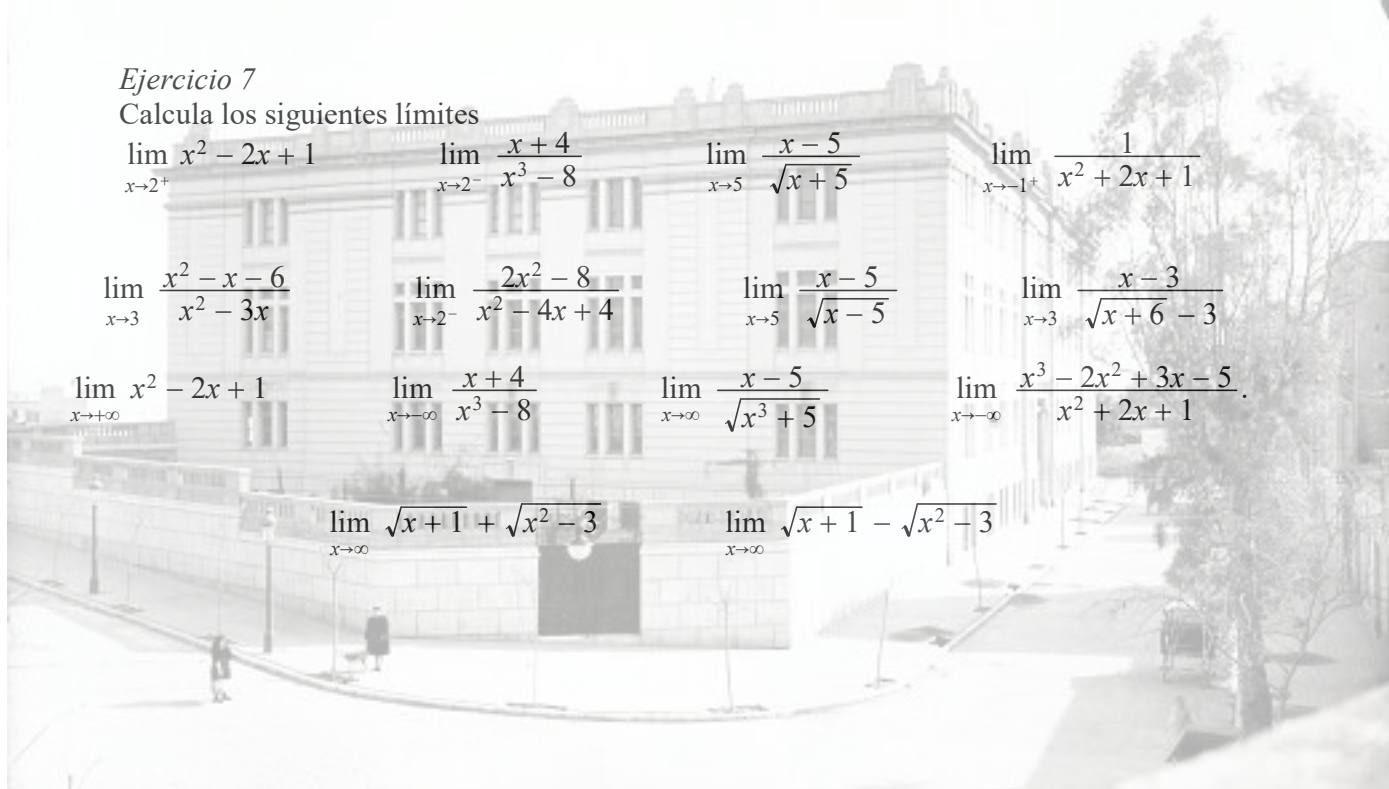
Calcula los siguientes límites

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 - 2x + 1 \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+4}{x^3-8} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{x}+5} \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x^2+2x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-x-6}{x^2-3x} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2-8}{x^2-4x+4} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{x}-5} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+6}-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 2x + 1 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+4}{x^3-8} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-5}{\sqrt{x^3}+5} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3-2x^2+3x-5}{x^2+2x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-3} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x^2-3}$$



Ejercicio 8

Calcula los siguientes límites

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{x+3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2+4}{x^2-8} \right)^{2x+1}$$

Ejercicio 9

a) Estudia la continuidad de las siguientes funciones

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x < 2 \\ 2x - 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } x < 2 \\ 2x - 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x < 2 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

b) Determina el valor de a para que la siguiente función sea continua

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 5 & \text{si } x < 1 \\ ax - 4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$



Ejercicio 10

a) Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{2x}{x-1} + 4$ y estudia su comportamiento

b) Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-1}$ y estudia su comportamiento

c) Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{2x^3-4}{x^2-1}$ y estudia su comportamiento

Ejercicio 11

a) Halla la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{2x^2+x-2}{\ln x}$$

$$g(x) = 2^x \cdot \cos x$$

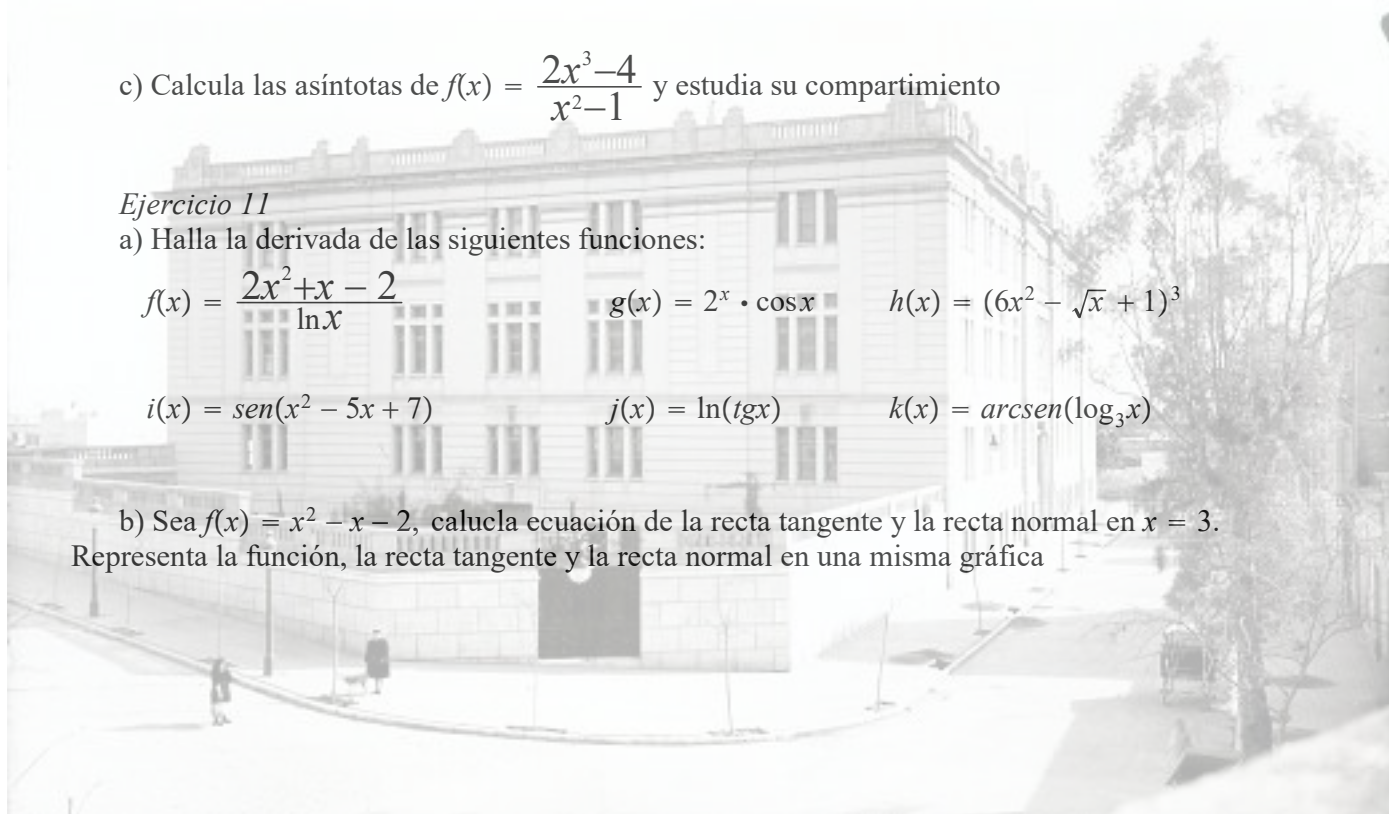
$$h(x) = (6x^2 - \sqrt{x} + 1)^3$$

$$i(x) = \sin(x^2 - 5x + 7)$$

$$j(x) = \ln(\tan x)$$

$$k(x) = \arcsen(\log_3 x)$$

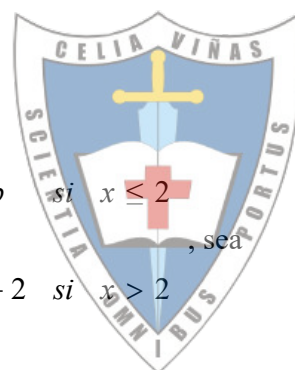
b) Sea $f(x) = x^2 - x - 2$, calcula ecuación de la recta tangente y la recta normal en $x = 3$. Representa la función, la recta tangente y la recta normal en una misma gráfica



Ejercicio 12

a) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{4}{x+1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$ Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en $x = 2$

b) Calcule los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} 2ax + b & \text{si } x \leq 2 \\ x^3 + ax + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$, sea derivable en el punto de abscisa $x = 2$



Ejercicio 13

a) Estudia la monotonía y curvatura de la función $f(x) = \frac{-x^3}{3} + 3x^2 - 8x + 16$

b) Calcular los coeficientes a , b , c de la función $f(x) = ax^3 + bx + c$ para que pase por $(0, 5)$ y tenga un posible extremo relativo en $(2, -3)$

Ejercicio 14

a) Estudia de forma detallada y representa la función: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

b) Estudia de forma detallada y representa la función: $f(x) = \frac{2x-4}{x+1}$

Ejercicio 15

Según un determinado modelo, la concentración en sangre de cierto medicamento viene dada por la función $f(t) = te^{-\frac{t}{2}}$ mg/ml, siendo t el tiempo en horas transcurridas desde que se le administra el medicamento al enfermo.

a) Determina, si existe, el valor máximo absoluto de la función y en qué momento se alcanza.

b) Sabiendo que la máxima concentración sin peligro para el paciente es 1 mg/ml , señala si en algún momento del tratamiento hay riesgo para el paciente

Resuelve esta relación de ejercicios y problemas y entrégala el día que realices el examen de evaluación de esta parte.

Su realización te ayudará en la preparación efectiva de la prueba que se va a proponer.

Además, la puntuación de estos ejercicios y problemas contribuirá con un 20% a la calificación de la materia.