

EVALUACIÓN DE LA MATERIA PENDIENTE

Ejercicios y Problemas de Matemáticas I

Parte II

- 1) Expresa a trozos la función: $f(x) = |x^2 + 10x - 15|$
- 2) Determina, adecuadamente, el dominio de definición de las siguientes funciones:
 - a) $f(x) = \ln(x + 6)$
 - b) $f(x) = e^{-\sqrt{3x+4}}$
 - c) $f(x) = \frac{4x+8}{x^2+6x+8}$
- 3) Estudia la simetría de las siguientes funciones:
 - a) $f(x) = x^2 + \cos(2x)$
 - b) $f(x) = x^3 \cdot \operatorname{sen}(x^2)$
 - c) $f(x) = \frac{x}{x^2+x}$
- 4) Identifica, de las siguientes funciones, las que son periódicas. En el caso de que sí los sean, especifica su periodo.
 - a) $f(x) = \operatorname{sen}(50x)$
 - b) $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{5}\right)$
 - c) $f(x) = e^x + \cos(x)$
- 5) Determina los puntos de corte con los ejes de coordenadas de las siguientes funciones:
 - a) $f(x) = \ln(1 + x - x^3)$
 - b) $f(x) = e^{x^2} - 4$
 - c) $f(x) = \frac{x^2+10x-24}{x^2+1}$
- 6) Sean las funciones:
$$f(x) = 4x^2 - 8; \quad g(x) = 2^{-x}; \quad h(x) = \frac{7}{2x};$$
Determina la expresión de las siguientes composiciones de funciones:
 - a) $(g \circ f)(x)$
 - b) $(h \circ f)(x)$
 - c) $(f \circ f)(x)$
 - d) $(h \circ h)(x)$
 - e) Identifica si hay alguna función idempotente y explica por qué.
- 7) Determina la expresión de la inversa de las siguientes funciones:
 - a) $f(x) = 6^{-5x+1};$
 - b) $f(x) = \frac{5x+10}{x-4}$
 - c) $f(x) = \ln(\sqrt{2x+7})$
 - d) $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$
 - e) Identifica si hay alguna función idempotente y explica por qué.

- 8) Calcula los siguientes límites muy sencillos. Si expresas algún resultado en formato decimal, aproxímalo con dos decimales.

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{e^{2x}}{x^2} - \ln(x) \right)$ b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\text{sen}(4x+1)}{5}$ c) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{4x-28}{14-2x}$

- 9) Calcula los siguientes límites laterales. En el caso de que no exista debes indicarlo. Y en caso de que diverja, tienes que indicar el signo del infinito. Si expresas algún resultado en formato decimal, aproxímalo con dos decimales.

a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{e^x}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \sqrt{x^2 - 9}$
 d) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \ln(2x - 10)$ e) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} (x + \cos(x))$ f) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}$

- 10) Realiza el cálculo de los siguientes límites. En el caso de que presenten una indeterminación debes indicar de qué tipo es y resolverla.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-15x^2}{2x^2+100}$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x^2+2x-15}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x}{\ln(x)}$
 d) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{2x}$ e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2^x \cdot x^2)$

- 11) Expresa las asíntotas (verticales y horizontales) de la siguiente función.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 4}$$

- 12) Estudia la continuidad de las siguientes funciones.

a) $\cos\left(\frac{1}{2x-2}\right)$ b) $f(x) = \frac{3^x}{\ln(x)}$

- 13) Estudia la continuidad de la siguiente función a trozos.

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 5 & \text{si } x < -3 \\ \frac{2x+1}{2x-1} & \text{si } -3 \leq x < \frac{1}{2} \\ e^x - \text{sen}(x) & \text{si } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

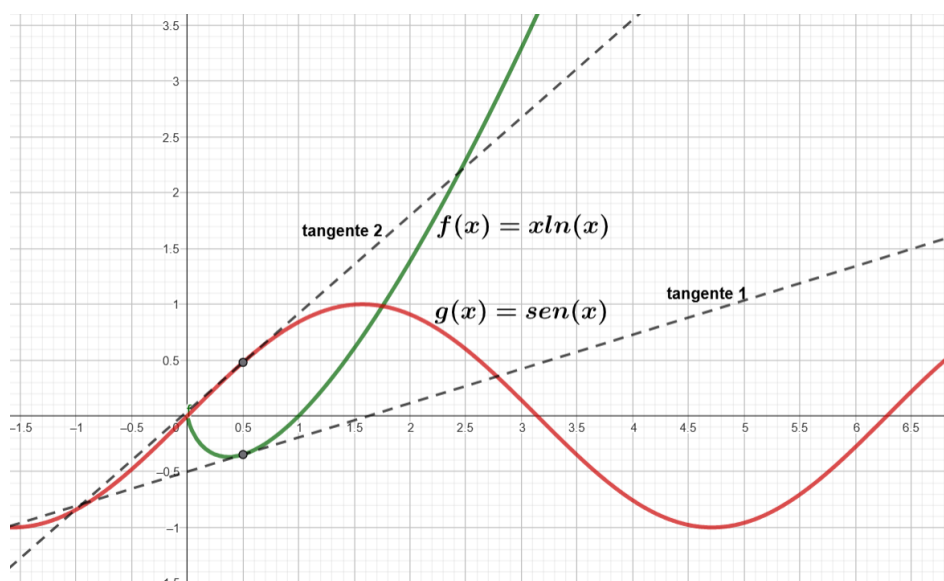
- 14) Estudia la continuidad de la siguiente función a trozos en función del valor del parámetro «a».

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x+1) & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + ax + 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

15) Determina la expresión de la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = (e^{7x} + \operatorname{sen}(x))^3$ b) $g(x) = \frac{6x-7}{\ln(7x)}$

16) La siguiente imagen muestra dos funciones, f y g . En ambas se han dibujado sus tangentes (tangente 1 y tangente 2) en la abscisa $x = \frac{1}{2}$. Expresa la ecuación de ambas tangentes y justifica a qué velocidad crecen ambas funciones cuando pasan por ese punto.



17) Sabiendo que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que se expresa abajo es derivable, determina el valor del parámetro « k », del que solo conocemos que no es nulo.

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

18) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función que se propone. Expresa sus puntos extremos. Una vez hecho esto, determina los intervalos de concavidad y convexidad, expresando los puntos de inflexión.

$$f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

19) Calcula los siguientes límites utilizando la regla de L'Hopital.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x - \operatorname{sen}(x)}{x^2 + \operatorname{sen}(3x)}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 2x - 2}{\ln(x)}$ c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}$

Resuelve esta relación de ejercicios y problemas y entrégala el día que realices el examen de evaluación de esta parte.

Su realización te ayudará en la preparación efectiva de la prueba que se va a proponer. Además, la puntuación de estos ejercicios y problemas contribuirá con un 20% a la calificación de la materia.