

EVALUACIÓN DE LA MATERIA PENDIENTE

Ejercicios y Problemas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

PARTE II

1) Determina adecuadamente, utilizando intervalos, el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x+9)}$

b) $f(x) = \sqrt{-x + 15}$

c) $f(x) = \ln(x^2)$

d) $f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$

e) $f(x) = \frac{x}{x^2+x}$

f) $f(x) = e^{x^2+x+1}$

2) Determina, expresándolos adecuadamente, los puntos de corte con los ejes de coordenadas cartesianas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - 1$

b) $f(x) = \frac{x-6}{x+2}$

c) $f(x) = \log_2(x^2 - 2x - 7)$

d) $f(x) = 3 - 3^x$

e) $f(x) = \sqrt{2x + 8}$

f) $f(x) = x(x - 1)(x + 5)$

3) Sean las funciones:

$$f(x) = 3x^2 - 4 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad \text{y} \quad h(x) = \ln(7x)$$

Halla la expresión de las funciones compuestas que se indican a continuación

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

c) $(f \circ h)(x)$

d) $(f \circ f)(x)$

e) $(g \circ g \circ g)(x)$

4) Determina la expresión de la función inversa, $f^{-1}(x)$, de las siguientes:

a) $f(x) = 3^{2x-3}$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$

c) $f(x) = 4x^2 - 5$

d) $f(x) = \log_2(x + 100)$

e) $f(x) = \frac{10}{x}$

f) $f(x) = \sqrt{5x + 25}$

5) Expresa como una función a trozos la función $f(x) = |2x + 7|$

6) Calcula el valor de los siguientes límites.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2)}{5x}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 4x}{2x^2 - 4x^3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 3x}{x^3 - 2x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2)}{3\ln(x)}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x + 3} - \sqrt{2x})$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{4x-5}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - x^4 + x^3 - x^2}{2x^3 - x^2 - x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 3}\right)^{x^2 + 3x}$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_3(x)}{\ln(x)}$

j) $\lim_{x \rightarrow 3} (x \ln(2x - 6))$

7) Calcula el valor de los siguientes límites laterales. Debes indicar, en el caso de que sea divergente, el signo del infinito. Y si alguno de ellos no existe, debes indicarlo, asimismo.

a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x-2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 10^+} 2^{x-1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x^2}{x^2 - x - 30}$

d) $\lim_{x \rightarrow -7^-} \sqrt{2x - 14}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{x+1} - \ln(x + 2))$

f) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \ln(3 - x)$

g) $\lim_{x \rightarrow 10^-} 2^{x-1}$

h) $\lim_{x \rightarrow -7^+} \sqrt{2x - 14}$

8) Determina la expresión de las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$

b) $f(x) = \frac{\ln(x)}{x-1}$

c) $f(x) = e^x$

9) Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 + \frac{1}{4}$

b) $f(x) = \frac{2x+2}{x^2-1}$

c) $f(x) = \sqrt{4x - 6}$

- 10) Estudia la continuidad de la función a trozos. En el caso de presentar discontinuidad en algún valor de « x » indica el tipo de discontinuidad de que se trata.

$$f(x) = \begin{cases} x + e^x & \text{si } x < -1 \\ \frac{4}{x} + e & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ \ln(x-1) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- 11) Calcula el valor del parámetro « m » para que la siguiente función a trozos sea continua en todo su dominio:

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 + x & \text{si } x < -2 \\ \frac{4m}{x} + 6 & \text{si } -2 \leq x < 5 \\ 2^x + 4 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

- 12) Expresa la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^6 + 2x^4$ b) $f(x) = 4e^x - 10x$ c) $f(x) = 5\ln(x) + 20$

d) $f(x) = x \cdot 3^x$ e) $f(x) = 4x \cdot \log_2(x)$ f) $f(x) = \sqrt[4]{x}$

- 13) Expresa la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{2x+6}{4x-7}$ b) $f(x) = \frac{5x}{e^x}$ c) $f(x) = 4^x + \frac{10}{x}$

- 14) Expresa la derivada de las siguientes funciones:

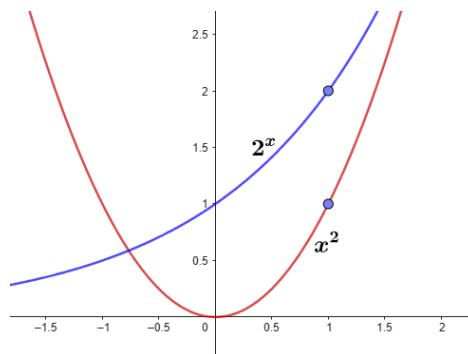
a) $f(x) = (x^3 + x^4)^5$ b) $f(x) = 10^{x^2+6x} + \ln(4x+10)$

- 15) Determina los puntos extremos (máximos y mínimos) de la función que se muestra abajo. Indica, también, dónde crece y dónde decrece esta función. Después, determina sus posibles puntos de inflexión, estableciendo dónde es cóncava y dónde es convexa.

$$f(x) = x^4 - 4x^2$$

- 16) Expresa la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = x - 2^x$ en el punto de abscisa $x_0 = 5$.

- 17) En la imagen de la derecha se muestran dos funciones que crecen cuando pasan por la abscisa $x = 1$. Calcula a qué ritmo crecen ambas en ese lugar e indica cuál de ellas crece más rápidamente.



- 18) Una pediatra ha seleccionado una muestra de niños con el fin de realizar un estudio estadístico sobre el mes de vida en que comenzaron a caminar. Los datos son los siguientes:

Meses	9	10	11	12	13	14	15
Número de niños	1	4	9	16	11	8	1

A la vista de estos datos:

- Calcula la media, la moda y la mediana de esta distribución de datos.
 - Calcula la desviación típica.
- 19) En un portal inmobiliario se ha seleccionado una muestra de pisos de tres dormitorios en una determinada zona de Almería con el fin de estudiar si existe relación lineal entre la superficie, x , y el precio del alquiler mensual, y , de estos. Los datos recopilados han sido los siguientes:

x	Superficie (m^2)	90	95	160	130	125	100	160	105	90	120
y	Precio del alquiler (€)	1000	1100	1500	1300	1200	950	1500	900	850	1050

- ¿Cuáles son el precio medio del alquiler en la zona? ¿Y la superficie media?
- Determina el coeficiente de correlación y lineal e indica si está justificado, o no, establecer que existe una relación lineal entre ambas variables.
- Estima, utilizando la recta de regresión pertinente, el precio del alquiler de un piso con una superficie de $110 m^2$.
- Estima, utilizando la recta de regresión pertinente, la superficie de un piso por el que se pagan 2000 € al mes.

- 20) Dada la distribución bidimensional (x, y) y sabiendo que « x » están en horizontal e « y » está en vertical, determina:

	2	4	6	8
3	2	6	4	8
5	3	9	6	12
7	1	3	2	4

- a) Las tablas de distribución marginales correspondientes a esta tabla de doble entrada.
- b) Calcula el coeficiente σ_{xy}
- 21) Sobre el espacio muestral $E = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$ se definen los siguientes sucesos: $A = \{30, 60, 100\}$, $B = \{10, 30, 90\}$ y $C = \{20, 40, 60, 80\}$. Realiza las siguientes operaciones con sucesos:
- a) $A \cup C$ b) $B \cap \bar{C}$ c) $\bar{A} \cap \bar{C}$ d) $\overline{A \cup C}$
- 22) En una guardería hay 18 niños y 14 niñas, de los cuales la tercera parte de los niños y la mitad de las niñas tienen el pelo negro. Calcula:
- a) La probabilidad de que elegido al azar uno de ellos sea niño y no tenga el pelo negro.
- b) La probabilidad de que no sea niño sabiendo que no tiene el pelo negro.
- c) La probabilidad de que elegido al azar uno de ellos sea niña o no tenga el pelo negro.
- 23) En un instituto de secundaria hay 4 profesores de Matemáticas. Cuando un alumno se matricula en el centro tiene igual probabilidad de que le asignen a uno u otro profesor. Sin embargo, no con todos los profesores es igual de fácil conseguir un SOBRESALIENTE. Según los datos de cursos anteriores, la probabilidad de que se dé esta circunstancia en función de cada profesor es:

Profesor A	Profesor B	Profesor C	Profesor D
0,3	0,27	0,15	0,2

- a) Calcula la probabilidad de que un alumno matriculado en Matemáticas obtenga un SOBRESALIENTE.
- b) Sabiendo que un alumno ha obtenido SOBRESALIENTE, ¿cuál es la probabilidad de que le hubieran asignado el Profesor B?

- 24) Un estudiante realiza dos exámenes en un mismo día. La probabilidad de que apruebe el primero es 0'6. La probabilidad de que apruebe el segundo es 0'8; y la de que apruebe los dos es 0'5. Calcula:
- La probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes.
 - La probabilidad de que no apruebe ninguno.
 - La probabilidad de que apruebe el segundo examen en caso de haber aprobado el primero.
- 25) Se quiere realizar un análisis rápido de la concentración de una sustancia en una disolución mediante las lecturas dadas por un colorímetro. Para ello se determinaron cuidadosamente seis concentraciones «y» (mg/cm^3) de la sustancia en otras tantas disoluciones, anotándose las lecturas «x» correspondientes al colorímetro. Los resultados se muestran en la tabla de abajo:
- A la vista de los datos, determina si los resultados de ambas medidas están relacionados o no. Justifícalo.
 - En caso afirmativo, calcula ambas rectas de regresión y utilízalas para responder a las preguntas siguientes:
 - ¿Qué concentración de sustancia cabría esperar ante una medida del colorímetro de 400 unidades?
 - ¿Qué medida debería obtenerse en el colorímetro si la concentración de sustancia presente en la disolución fuese de $75 \text{ mg}/\text{cm}^3$?

x	y
90	42
170	48
275	61
330	69
390	80
410	89

Resuelve esta relación de ejercicios y problemas y entrégala el día que realices el examen de evaluación de esta parte.

Su realización te ayudará en la preparación efectiva de la prueba que se va a proponer.

Además, la puntuación de estos ejercicios y problemas contribuirá con un 20% a la calificación de la materia.