

Recuperación MCS1

I.E.S. «Celia Viñas»

Tercer trimestre

Esta relación se entrega durante la realización del tercer examen de recuperación. Su valoración seguirá los criterios establecidos en el plan de recuperación, que figura en el tablón oficial del departamento de matemáticas y en la página web del centro.

Ejercicio 1. Halla el valor de a para que la función:

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{si } x \leq -1 \\ ax^2 - 2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

sea continua en todos los puntos.

Ejercicio 2. Para las siguientes funciones definidas a trozos, determina los valores de los parámetros a y b que las hacen continuas para todos los valores reales de x .

Una vez determinados a y b , esboza la gráfica de cada función.

$$a) f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \leq 1, \\ 2bx^2 & \text{si } 1 < x \leq 3, \\ 2x + 3 & \text{si } x > 3. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} -4x + a & \text{si } x \leq -2, \\ x^2 - 5 & \text{si } -2 < x < 1, \\ bx + 3 & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

Ejercicio 3. ¿Hay algún valor de k para el que la función $f(x)$ sea continua en $x = 0$?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0, \\ 2k + 1 & \text{si } x = 0, \\ 3x & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

Ejercicio 4. El número de individuos, en millones, de una población viene dado por la función

$$f(t) = \frac{18 + t^2}{(t + 3)^2},$$

donde t es el tiempo medido en años desde $t = 0$.

Calcula la población inicial y el tamaño de la población a largo plazo, cuando el tiempo tiende a infinito.

Ejercicio 5. Se ha investigado el tiempo T , en minutos, que se tarda en realizar cierta prueba de atletismo en función del tiempo de entrenamiento x , en días, obteniéndose:

$$T(x) = \begin{cases} \frac{300}{x + 30} & \text{si } 0 \leq x \leq 30, \\ \frac{1125}{(x - 15)(x - 5)} + 2 & \text{si } x > 30. \end{cases}$$

- Justifica que la función T es continua en todo su dominio.
- ¿Se puede afirmar que cuanto más se entrene un deportista menor será el tiempo en realizar la prueba? ¿Algún deportista tardará más de 10 minutos en finalizar la prueba?
- Aunque un deportista se entrene suficientemente, ¿será capaz de hacer la prueba en menos de 3 minutos? ¿Y en menos de 2 minutos?

Ejercicio 6. El precio en euros (€) de x litros de aceite comprados en una almazara viene dado por la función:

$$P(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } 0 < x \leq 20, \\ \frac{ax^2}{\sqrt{ax^2 + 2000}} & \text{si } x > 20. \end{cases}$$

- Determina el valor de la constante a para que la función $P(x)$ sea continua.
- Si se comprasen muchísimos litros de aceite, ¿a cuánto saldría aproximadamente el precio de cada litro?

Ejercicio 7. Hallar el punto de la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 5$ en el que la tangente es paralela a la recta $y = 4x + 3$.

Ejercicio 8. La curva de ecuación $y = x^2 + bx + c$ pasa por el punto $P(-2, 1)$ y alcanza un extremo relativo en el punto de abscisa $x = -3$. Halla los números b y c .

Ejercicio 9. Se quiere escribir un texto de 81 cm^2 en una hoja. Si debe haber 2 cm de margen en cada lateral y 3 cm arriba y abajo, ¿cuáles son las dimensiones de la hoja de menor área?

Ejercicio 10. La gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx + c$ satisface las siguientes condiciones:

- Pasa por el punto $(0,0)$.
- Tiene un mínimo relativo en el punto $(1,-1)$.

Calcula los coeficientes a , b y c .

Ejercicio 11. De una urna con 6 bolas blancas y 4 rojas, se extraen sucesivamente al azar dos bolas, calcula la probabilidad de que las dos bolas sean rojas si las extracciones se realizan:

- Sin reemplazo.
- Con reemplazo.

Ejercicio 12. Para ir a la universidad, Juan coge el autobús el 60% de los días, el resto prefiere ir andando. Si va en autobús llega puntual con probabilidad 0,98, mientras que si va andando la probabilidad de ser puntual es 0,8. Calcula la probabilidad de que, un día al azar:

- Llegue puntual a clase.
- Llegue tarde a clase.

Ejercicio 13. Sean los sucesos A , B y C asociados a un experimento aleatorio. Si se sabe que $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,4$ y $P(A \cup B) = 0,75$; calcula las siguientes probabilidades:

- $P(\bar{A})$
- $P(\bar{B})$
- $P(A \cap B)$
- $P(\overline{A \cap B})$
- $P(\bar{A} \cap B)$
- $P(A \cap \bar{B})$

Ejercicio 14. Disponemos de un dado trucado de modo que la probabilidad de que salga número par es doble que la de obtener impar. Si se lanza el dado una vez, calcula la probabilidad de obtener:

- Número par.
- Número impar.
- Un número menor que 4.

Ejercicio 15. Sean A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,25$; $P(B|A) = 0,5$; $P(A|B) = 0,25$.

- ¿Son A y B incompatibles?
- ¿Son A y B independientes?
- Calcula $P(\bar{A}|\bar{B})$.

Ejercicio 16. Se tienen tres cajas. Se lanza un dado equilibrado, si sale número par se elige la caja que contiene 3 bolas verdes, 2 blancas y 2 rojas, si el resultado del dado es 1, la caja elegida contiene 4 bolas verdes, 2 blancas y 5 rojas. En otro caso, se elige la caja que contiene 2 bolas verdes, 3 blancas y 1 roja. De la caja elegida se extraen dos bolas. Calcula la probabilidad de que:

- Las dos bolas extraídas sean verdes.
- Si las dos bolas extraídas son verdes, sean de la caja que solo contiene 2 bolas verdes.

Ejercicio 17. Considera dos urnas, la primera con 5 bolas blancas y 6 verdes y la segunda con 4 bolas blancas y 3 verdes. De la primera urna se extrae una bola al azar y se pasa a la segunda urna. Finalmente, de la segunda urna se extrae una bola al azar. Calcula la probabilidad de que esta sea verde.

Ejercicio 18. En una ciudad, el 35% de los ciudadanos utiliza el metro al menos una vez al día, el 24% usa el autobús y un 15% ambos medios de transporte. Se elige una persona al azar, calcula la probabilidad de que:

- Use el autobús si se sabe que coge el metro.
- Sabiendo que monta en metro, no utilice el autobús.
- No utilice ni metro ni autobús.

Ejercicio 19. Una vacuna se administra en 2 dosis; si el paciente tiene reacción alérgica a la 1ª dosis no se le administra la 2ª. El 30% de la población presenta reacción a la 1ª dosis y, de los que reciben la 2ª dosis, el 10% presenta reacción alérgica. De la población se elige un individuo al azar. Calcula la probabilidad de que:

- No presente reacción alérgica.
- Presente reacción alérgica a la 2ª dosis.

Ejercicio 20. Una caja con una docena de huevos tiene 3 rotos. De la caja se extraen 2 huevos uno a uno sin reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que:

- Los dos huevos estén en buen estado.
- Uno de los dos esté roto.