PENDIENTES DE MATEMÁTICAS I

1º BACHILLERATO

Libro de texto de consulta:
http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/Bachillerato/MatematicasI.htm

IES CELIA VIÑAS

Tema 1: “Números Reales”

FICHA DE **EVALUACIÓN**

APELLIDOS: ..... NOMBRE: .....

FECHA: ..... CURSO: ..... GRUPO: .....

1. Clasifica los siguientes números decimales en racionales o irracionales. Para los racionales calcula la fracción irreducible que los representa.

a) 12,151 501 500 150 00… **b)** 4,515 151 51… **c)** 8,202 121 212 1… **d)** 10,121 221 222…

2. Escribe las aproximaciones por defecto y por exceso con tres cifras decimales del número irracional $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Para la segunda, acota el error relativo cometido, comparándolo con una potencia de 10.

3. Dada la expresión: $\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}\left|x-\frac{1}{2}\right|$.

a) Desarróllala de forma que no aparezcan valores absolutos.

b) Calcula su valor para $x=2$, $x=-3$ y $x=\frac{1}{2}$.

4. Expresa en notación científica las siguientes cantidades.

a) La edad de una persona de 91 años expresada en segundos, suponiendo que todos los años son de 365 días.

c) El espacio que recorre la luz en 365 días (velocidad de la luz ■ $3 \cdot 10^8$ m/s).

d) $\frac{6{,}25\cdot 10^{-12}\cdot 5{,}75\cdot 10^{8}}{10^{10}-6{,}75\cdot 10^{9}}$

5. Simplifica todo lo que puedas las siguientes expresiones con radicales.

a) $\sqrt[3]{2}\sqrt[4]{24}$ **b)** $\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt[3]{2a}}$ **c)** $\sqrt{\frac{1}{a}\sqrt{\frac{1}{a}\sqrt{a^3}}}$

6. Calcula el valor de *x* en cada una de las siguientes expresiones.

a) $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{32}=x$ **b)** $\log_x\sqrt[3]{81}=-2$ **c)** $\log_{\frac{1}{3}}x=-5$

7. Aproximando log 2 ■0,301 y log 3 ■ 0,477, calcula el valor de:

a) log 20 **b)** log 0,036 **c)** $\log_6 48$

8. Para el cuerpo humano, las sustancias que tiene un pH menor que 3,5 se consideran corrosivas y las que tienen un pH superior a 11,5 se consideran cáusticas (queman). En el estómago, los jugos gástricos tienen un pH de 1,5 para ayudar a hacer la digestión, la orina tiene un pH aproximado de 6 y la sangre de 7,4.

a) ¿Qué concentración de $[H_3O^+]$ tienen los jugos gástricos, la orina y la sangre?

b) En el caso de que se escapase algo de jugo gástrico del estómago, ¿sería nocivo para el organismo? ¿Causaría el mismo daño que el amoníaco cuya concentración de $[H_3O^+]$ es $3{,}16 \cdot 10^{-12}$ moles/L?

c) Sabiendo que la lluvia se considera ácida si, debido a la presencia de sustancias contaminantes, tiene un pH menor de 5. ¿En qué intervalo de concentraciones de $[H_3O^+]$ la lluvia ácida no es peligrosa para el cuerpo humano?

Tema 2: “Álgebra”

FICHA DE **EVALUACIÓN**

APELLIDOS:		NOMBRE: .....
FECHA:	CURSO:	GRUPO: .....

1. Dado el polinomio $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + kx - 5$, calcula el valor de k para que el valor numérico del polinomio en $x = -2$ sea 3.

2. Halla un polinomio de tercer grado cuyo coeficiente del término de mayor grado sea 1, que sea divisible por $x - 1$, que tenga como raíz $x = 0$ y que tome el valor 12 para $x = -2$.

3. Simplifica la fracción algebraica $\dfrac{x^4 - 3x^3 - 18x^2 - 4x + 24}{x^3 - 13x^2 + 48x - 36}$.

4. Simplifica todo lo que puedas la expresión algebraica $\left(2x - \dfrac{x}{1 - \dfrac{1}{x}}\right)\left(2x + \dfrac{x}{1 - \dfrac{1}{x}}\right)$.

5. Resuelve la ecuación $\dfrac{9}{3x-5} - \dfrac{2}{2x-5} = \dfrac{2}{x-1}$.

6. Resuelve las ecuaciones:

a) $2x + \sqrt{2x-1} = 13$

b) $\dfrac{1}{2^x} + \dfrac{1}{4^x} = \dfrac{5}{16}$

c) $\log\sqrt{\dfrac{1}{x} + 2} + \log 4 = 3\log\left(\dfrac{1}{x}\right)$

7. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

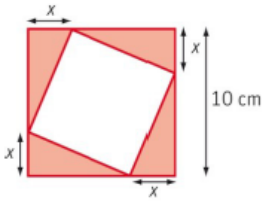
b) $\begin{cases} x + 3y + z = 4 \\ 2x - y - 3z = 2 \\ -3x + 2y + 5z = 0 \end{cases}$

8. En la figura aparece un cuadrado inscrito en otro cuadrado de lado 10 m.

a) Calcula, en función de x, el lado del segundo cuadrado.

b) Calcula, en función de x, el área de la zona sombreada.

c) Calcula el valor de x, para que la zona sombreada sea de 42 cm².



9. Por tres refrescos de naranja, dos de cola y una tónica se han pagado 7,5 €. Si el precio de la tónica es la mitad que el del refresco de cola y sabiendo que si el refresco de naranja subiera su precio un 20 % igualaría al del refresco de cola, halla el precio de cada bebida.

10. En una almazara deciden fabricar una mezcla a partir de dos tipos de aceite: el virgen extra cuyo precio es de 4 € el litro y el virgen de 3 € el litro. Disponen para ello de 200 L de aceite virgen extra y de 500 L de virgen y además, quieren que el coste del aceite mezclado sea de, al menos, 1500 €.

a) Plantea un sistema de inecuaciones que contenga las restricciones planteadas en el problema.

b) ¿Es posible cumplir con las condiciones si la mezcla contiene igual cantidad de los dos aceites?

c) Si deciden utilizar en la mezcla todo el aceite virgen extra de que disponen, ¿cuál será la cantidad de aceite virgen que deberán usar si quieren que el coste de la mezcla sea de 1700 €?

Tema 3: “Trigonometría”

FICHA DE **EVALUACIÓN**

APELLIDOS: ..... NOMBRE: .....

FECHA: ..... CURSO: ..... GRUPO: .....

1. Sabiendo que $\sec 273^\circ = h$ calcula, en función de h, $\operatorname{sen} 267^\circ$.

2. Calcula todas las razones trigonométricas de α sabiendo que verifica las dos siguientes condiciones:

i. $\frac{3\pi}{2} \le \alpha \le 2\pi$

ii. $\operatorname{cotg} \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Sabiendo que $\operatorname{sen} \alpha = 0{,}75$ y $\cos \beta = -0{,}25$ y que α y β son dos ángulos del segundo cuadrante, calcula:

a) $\operatorname{sen}(\alpha + \beta)$

b) $\cos(\alpha + 2\beta)$

c) $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$

4. Si α es un ángulo del segundo cuadrante y $\operatorname{cotg} \alpha = -10$, calcula:

a) $\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

b) $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

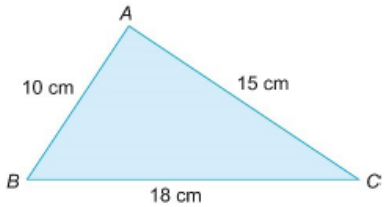
5. Demuestra la identidad trigonométrica $\frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen}^3 x} = \frac{1}{\cos x + \cos^2 x}$.

6. Resuelve las ecuaciones trigonométricas:

a) $2 \operatorname{sen}(2x + 45^\circ) = -\sqrt{2}$

b) $\cos 2x = \frac{3}{4} - 5\cos^2 x$

7. Resuelve el triángulo de la figura y calcula su área.

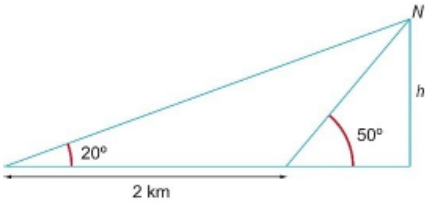


8. Desde un punto vemos una nube con un ángulo de elevación de 50º. Si nos retrasamos 2 km vemos la nube bajo un ángulo de 20º, tal y como muestra el dibujo.

a) Calcula la altura de la nube.

b) Suponiendo que la nube se mantiene fija, ¿cuánto nos tendremos que desplazar para observarla con un ángulo que sea la mitad del ángulo inicial?

c) ¿Es posible que encontremos dos soluciones? Razona la respuesta.



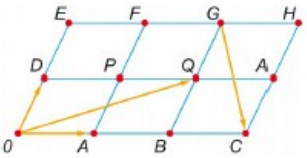
Tema 4: “Vectores”

FICHA DE **EVALUACIÓN**

APELLIDOS: ..... NOMBRE: .....

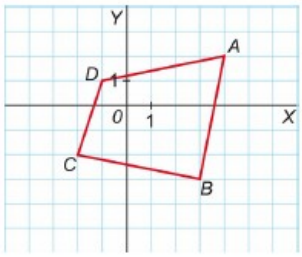
FECHA: ..... CURSO: ..... GRUPO: .....

1. Considerando la figura, escribe como combinación lineal de los vectores de la base $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD}\}$ los vectores $\overrightarrow{OQ}$ y $\overrightarrow{GC}$.



2. Halla las coordenadas del vector $\vec{u} = (-4, -11)$ respecto de la base $B = \{\vec{v} = (2, 1), \vec{w} = (1, -4)\}$. Para ello expresa $\vec{u}$ como combinación lineal de $\vec{v}$ y $\vec{w}$.

3. Se considera el cuadrilátero de la figura:



a) Calcula las coordenadas del vector $2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CD}$.

b) Calcula el perímetro.

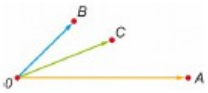
c) Calcula $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{DA}$.

4. Dado el triángulo de vértices $A(5,-1), B(2,2)$ y $C(-1,3)$, clasifícalo según sus lados y sus ángulos.

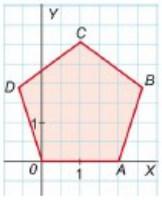
5. a) Calcula un vector paralelo a $\vec{u} = (5, 1)$ y de módulo $\sqrt{13}$ unidades de longitud.

b) Calcula un vector perpendicular a $\vec{u} = (5, 1)$ y de módulo $\sqrt{26}$ unidades de longitud.

6. De los vectores $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ y $\overrightarrow{OC}$ de la figura se sabe que verifican que $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Demuestra que los puntos *A*, *B* y *C* están alineados.



7. Los puntos *O*, *A*, *B*, *C* y *D* de la figura determinan un pentágono regular. Calcula el valor de los productos escalares: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD}$ y $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{CB}$.



8. Una empresa que fabrica camiseta y pantalones vende lotes de dos tipos, el lote *A* está formado por 4 camisetas y 2 pantalones y el lote *B* está formado por 3 camisetas y 1 pantalón. Sabiendo que la empresa tiene un stock de 32 camisetas y 14 pantalones:

	Lote *A*	Lote *B*
Camisetas	4	3
Pantalones	2	1

a) Demuestra que los vectores $\vec{a} = (4, 2)$ y $\vec{b} = (3,1)$ forman una base.

b) Halla las coordenadas del vector $(32, 14)$ respecto de $B = \{\vec{a}, \vec{b}\}$.

Tema 5: “Geometría Analítica”

FICHA DE **EVALUACIÓN**

APELLIDOS: ..... NOMBRE: .....

FECHA: ..... CURSO: ..... GRUPO: .....

1. Calcula las ecuaciones paramétricas y la ecuación general de la recta en los siguientes casos:

a) r pasa por el punto $A(-2,4)$ y tiene como dirección la del vector $\vec{u}=(3,-1)$.

b) Pasa por los puntos $A(2,-3)$ y $B(4,5)$.

c) Pasa por el punto $A(-1,2)$ y su pendiente vale $m=-\frac{1}{2}$.

d) Pasa por el punto $A(-3,4)$ y es paralela a la recta de ecuación $-3x+2y-5=0$.

2. Comprueba si las siguientes rectas son secantes, paralelas o coincidentes. En el caso de que sean secantes, calcula el correspondiente punto de corte.

a) $\begin{cases} 2x+3y-1=0 \\ -7x-\frac{21y}{2}+26=0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} -2x+4y-12=0 \\ 3x-6y+18=0 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x+2y-3=0 \\ -2x+4y-6=0 \end{cases}$

3. Dado el cuadrilátero de vértices $A(-3,1), B(-4,-2), C(2,1)$ y $D(1,3)$:

a) Demuestra que se trata de un trapecio.

b) Demuestra que el trapecio es rectángulo.

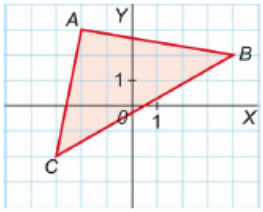
c) Comprueba que la recta que une los puntos medios de los lados no paralelos es paralela a las bases del trapecio.

d) Calcula los ángulos del trapecio y su área.

4. a) Halla la ecuación de la recta paralela a $2x+y-3=0$ y que pasa por el punto de intersección de las rectas $3x-2y+10=0$ y $4x+3y-7=0$.

b) Calcula los valores de k para que la recta $(k^2-1)x+(k+1)y-2=0$ y de módulo $\sqrt{26}$ sea paralela a la hallada en el apartado anterior.

5. Calcula la medida de los lados y de los ángulos del triángulo de la figura:



6. Calcula las coordenadas de los vértices y el área del triángulo cuyos lados están sobre las rectas:

$r: x+2y-4=0$, $s: 2x-3y-1=0$, $t: 4x+y+5=0$

Tema 6: “Funciones, límites y continuidad”

FICHA DE **EVALUACIÓN**

APELLIDOS: ..... NOMBRE: .....

FECHA: ..... CURSO: ..... GRUPO: .....

1. Calcula el dominio de las siguientes funciones.

a) $f(x)=\sqrt{x-1}-\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}$

b) $(f\circ g)(x)$ siendo $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ y $g(x)=\dfrac{1}{x-3}$

2. Calcula para que valores de *m*, *n* y *a* las funciones siguientes son continuas.

a) $f(x)=\begin{cases} mx+n & \text{si} \quad x\le 1 \\ 2nx+3 & \text{si} \quad 1<x\le 5 \\ nx^2-12 & \text{si} \quad 5<x \end{cases}$

b) $g(x)=\begin{cases} ax+3 & \text{si} \quad x\le 2 \\ x^2+1 & \text{si} \quad 2<x\le 5 \\ 2x+a & \text{si} \quad 5<x \end{cases}$

3. Calcula los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x-1}{x^2-2x+1}$ **b)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3}{2x}-\dfrac{2}{3x-4}\right)$ **c)** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)^2}{x^2-3x+2}$ **d)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}$

4. Estudia la continuidad de las funciones en los puntos que se indica.

a) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ en $x=4$

b) $f(x)=\dfrac{1}{2^{\frac{1}{1-x}}}$ en $x=1$

c) $f(x)=\dfrac{(x-2)^2}{x^2-4x+4}$ en $x=2$

5. a) Calcula el número *a* para que $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-ax^2+x+2}{x^2-3x+2}$ sea un número real.

b) Para el valor obtenido, calcula las asíntotas verticales de la función $f(x)=\dfrac{x^3-ax^2+x+2}{x^2-3x+2}$.

6. Calcula las asíntotas de las funciones:

a) $f(x)=\dfrac{|x|+1}{x-2}$

b) $f(x)=\sqrt{4x^2+3x-8}$

7. Escribe sucesiones que verifiquen las siguientes condiciones.

a) Sucesión convergente pero no monótona.

b) Sucesión acotada pero no convergente.

c) Sucesión convergente a 1 pero con infinitos términos mayores que 1 e infinitos menores que 1.

d) Sucesión no acotada pero que su límite no sea ni $+\infty$ ni $-\infty$.

8. Calcula los siguientes límites de sucesiones.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+3}{3n+2}\right)^{n+1}$ **b)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}+3^n}{3^{n-1}+2^n}$ **c)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+n+1}{n^2+2}\right)^{\sqrt{n+3}}$ **d)** $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n}$

MATERIAL FOTOCOPIABLE

Tema 7: “Derivadas”

FICHA DE **EVALUACIÓN**

APELLIDOS:		NOMBRE: .....
FECHA:	CURSO:	GRUPO: .....

1. **Aplicando la definición de derivada calcula la ecuación de la recta tangente a la curva** $y=\dfrac{1}{x-2}$ **en el punto de abscisa 3.**

2. **Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes comunes a las curvas** $f(x)=x^2$ **e** $g(x)=(1-x)(x-5)$.

3. **Si** $f(x)=x^2+3$ **y** $g'(x)=\sqrt{x^2-12}$**, calcula la ecuación de la tangente a la curva** $y=(g\circ f)(x)$ **en el punto (1,3).**

4. **Calcula la derivada de las funciones:**

   a) $f(x)=\text{sen}^3\left(\cos\sqrt{x}\right)$

   b) $f(x)=\ln\left(\text{tg}^2 x\right)$

   c) $f(x)=(\ln x)^{\text{sen}x}$

5. **¿Existe algún punto con tangente horizontal en la gráfica de la función** $f(x)=\ln\sqrt{\dfrac{1+\text{sen}x}{1-\text{sen}x}}$ **?**

6. **Calcula la expresión analítica de una función sabiendo que es derivable en [0,1] , pasa por el origen y tiene por derivada la función:**

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & \text{si } 0\le x\le \dfrac{1}{2} \\ -2x+2 & \text{si } \dfrac{1}{2}<x \end{cases}$$

7. **Encuentra todos los puntos con tangente horizontal en la gráfica de la función** $f(x)=x\cos x-\text{sen}x+x^2+1$.

8. **Comprueba que la recta** $y=7x-10$ **no es tangente a la curva** $y=\dfrac{x^4}{4}-x+1$.

9. **Una ventana tiene forma de un rectángulo con un triángulo isósceles encima cuya altura son los** $\dfrac{3}{8}$ **de su base. Si el perímetro de la ventana son 3 m calcula sus dimensiones para que entre un máximo de luz.**

10. **Un rectángulo tiene dos lados sobre los semiejes positivos y un vértice en la curva** $y=e^{-x}$. **Calcula sus dimensiones para que su área sea lo mayor posible.**

MATERIAL FOTOCOPIABLE

Tema 8: “Funciones elementales”

FICHA DE **EVALUACIÓN**

APELLIDOS:		NOMBRE: .....
FECHA:	CURSO:	GRUPO: .....

1. Esboza la representación gráfica de las siguientes funciones observando su signo, cortes con los ejes, asíntotas si las tuvieran y posibles simetrías.

a) $f(x)=\dfrac{x}{|x|+2}$ **b)** $f(x)=\sqrt{|x^2-4|}$

2. Sea $f(x)=ax^5+5x^4-x^2+1$ **con** $a\neq 0$ **.Justifica que independientemente del valor de a, la gráfica de la función presenta un punto de inflexión.**

3. ¿Qué relación debe haber entre *a* y *b* para que $f(x)=ax^3+bx^2+cx+1$ **no presente ni máximos ni mínimos?**

4. a) A partir de la gráfica de $y=\ln x$ dibuja con la mayor precisión posible la gráfica de $y=\ln(x+1)-1$.

b) A partir de la gráfica de la parábola $y=x^2$, representa la gráfica de $f(x)=\sqrt{|x|}$

5. Dada la función $f(x)=\dfrac{-2(1-e^x)}{1+e^x}$

a) ¿Cuántas asíntotas horizontales tiene la gráfica de la función?

b) ¿Tiene asíntota de algún otro tipo?

c) Comprueba que esta gráfica es simétrica respecto del origen.

d) Para combatir contra una plaga que afecta a la producción de algodón de una plantación se decide utilizar un coccinélido australiano, *Rodolia cardínalis Mulsant*, cuya población crece según la función $f(t)=\dfrac{-2(1-e^t)}{1+e^t}$, donde $t>0$ y marca el número de días desde su implantación, y la función viene dada en miles. Comprueba que está población es siempre positiva, crece a medida que pasa el tiempo y tiende a estabilizarse a un valor.

6. Una empresa fabrica baldosas cuadradas compuestas por pequeños azulejos cuadrados de 1 cm de lado. El precio de cada azulejo viene dado por la función $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ **, donde *x* es la medida del lado de la baldosa en centímetros. Calcula la función que nos da el precio de una baldosa de *x* cm de lado y represéntala a partir de la gráfica de** $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ **.**

7. A partir de la gráfica de $f(x)=(x-a)(x-b)$ **, dibuja la gráfica de** $g(x)=\dfrac{1}{(x-a)(x-b)}$ **.**

8. a) Esboza la gráfica de la función $y=\operatorname{arcsen} x$ a partir de la gráfica de $y=\operatorname{sen} x$.

b) Si $a>1$ y la función $f(x)=ax+\operatorname{sen} x$, ¿puede presentar máximos o mínimos relativos?

c) ¿Y la función $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$?

MATERIAL FOTOCOPIABLE